

第一部分 前言

一、选题说明及所要研究的问题

根据西方的经验，投资管理大体经历了三个发展阶段：投资阶段、职业化阶段和科学化阶段。20 世纪 30 年代以前为投资阶段，市场如赌场，交易者凭借赌徒般的狡诈，雄厚的资金实力，操纵价格，牟取暴利，在此阶段参与市场所需要的技巧最好是靠观察和亲身体会获得。以 1933 年美国颁布《1933 年证券法》和 1934 年颁布的《证券交易法》为标志，投资管理进入了职业化阶段，整个投资业开始注重提高职业道德标准，实行标准化操作，树立良好的社会形象，投资者的主要精力开始放在研究合同上的条文、进行财务分析与计算、调查对方的资信上。在投资的职业化过程中，投资理论的研究也逐步展开，经济学家把经济理论和数理统计知识引入到投资领域，使投资管理向科学化方向迈进。1952 年 3 月 Harry Markowitz 在《金融杂志》上发表的题为《资产组合选择》的论文，成为投资管理科学化阶段发端的标志，Markowitz 在文中论述了寻找有效投资组合边界的思想方法，奠定了投资理论发展的基石，此后，单因素模型、资本资产定价模型、多因素模型、套利模型、有效市场假说等理论的提出使投资管理理论进一步得到完善和发展，并逐步取代了传统的基础分析和技术分析方法，成为西方投资管理的主流。

我国证券市场还处在形成和规范化阶段，普及投资基础知识和有关法规是市场发展的最基本要求。虽然基础分析和技术分析很适合当前我国经验型投资管理的需要，是当前投资管理的主要工具，但西方投资管理发展的历史已经说明了这两种方法的局限性，研究和借鉴投资组合理论也必将随着我国证券市场的发展表现出越来越重要的意义。

二、项目分工

我们小组在完成作业的过程中，发挥了团队合作精神，一起探讨和研究问题，共同攻克难关。下面是我们的分工情况：

1. 谢晓锋：主要负责 12 只股票和沪深 300 指数数据的收集和整理，包括 12 支股票和沪深 300 指数 2013 年 1 月-2020 年 6 月 7 年半的复权价格及周收益率数据，主要数据来源是 wind 金融终端和国泰安数据库。在数据处理完成后，对股票进行协方差和相关系数的计算，证明了所选取的 12 只股票之间相关度较低，对于研究投资组合具有代表性。

2. 卓永泰：主要负责数据的清洗和缺失值的处理。首先以沪深 300 指数数据的日期为基准，利用 python 将所有股票的数据进行对齐，初步清洗之后，将收盘价的缺失值用整个七年半期限内平均收盘价补充，回报率的缺失值用平均年复合收益率补充。最终获得了 12 只股票，每只股票获得了 379 个数据，样本空间是比较大的，从时间和数据数量来看，具有一定的代表性，能够反映一些问题。

3. **简缀**: 负责绘制不允许卖空和允许卖空两种情况下的马科维茨模型的有效边界、运用马科维茨模型选择不允许卖空和允许卖空情况下的最优投资组合, 包括选择最优风险资产组合和包含无风险资产和风险资产的最优资产组合, 并对这两种情况下的结果进行比较分析。

4. **吴东锐**: 通过线性回归得到了 12 只股票的回归方程, 根据每只股票的截距 (α)、斜率 (β)、残差 (e_i) 以及市场指数的收益率和标准差等信息, 求得在允许卖空和不允许卖空两种条件下资产组合的有效边界, 并且根据最大化夏普比率、SIM 方法求最优化、EPG 方法三种求得最优资产组合, 得到了 12 只股票构成的积极组合和市场指数的消极组合各自的最优权重, 以及单独 12 只股票的最优权重。

5. **张楠**: 负责通过绘制允许卖空和不允许卖空两种情况下的马科维茨模型和 SIM 模型的有效边界, 来比较两种模型下有效边界的差异, 以及分析 SIM 模型低估风险、高估组合收益的原因。

6. **李羿**: 负责选择子样本数据区间, 分别计算 12 支股票的前后两期 beta 值, 观察变化趋势, 建立 beta 回归方程, 绘制线性回归拟合图像, 并将回归方程与 Blume 的方程作比较, 并结合实际情况作分析。

三、数据采集说明

这部分的数据主要来源于 wind 金融终端以及国泰安金融数据库。由于我国证券市场变化较大, 发展较快, 为了避免由于样本数据波动带来较大的估计误差及反映当前我国股票市场的现状, 我们选取了 2013 年 1 月 4 日至 2020 年 6 月 5 日七年半间, A 股市场的 12 只股票, 它们是: 万科 A (000002), 五粮液 (000858), 新希望 (000876), 浪潮信息 (000977), 顺丰控股 (002352), 三七互娱 (002555), 中国联通 (600050), 上汽集团 (600104), 恒瑞医药 (600276), 山东黄金 (600547), 伊利股份 (600887), 中国国旅 (601888), 以及沪深 300 指数作为市场指标。为了使研究能够更加合理, 我们使用了收盘价 (已复权) 以及周收益率, 由于爬取的价格数据已是经过计算的复权价格, 所以不必再进一步进行计算。

关于数据清洗, 首先以沪深 300 指数数据的日期为基准, 利用 python 将所有股票的数据进行对齐, 初步清洗之后, 发现仍有很少几个数据缺失, 为了使研究能够更加合理, 收盘价的缺失值用整个七年半期限内平均收盘价补充, 回报率的缺失值用平均年复合收益率补充。最终我们获得了 12 只股票, 每只股票获得了 379 个数据, 这样看来, 样本空间是比较大的, 从时间和数据数量来看, 具有一定的代表性, 能够反映一些问题。数据清洗的 python 代码请参见附录一。

第二部分 实证分析报告

一、12 只股票的协方差与相关系数

协方差矩阵: 协方差是一个用于测量投资组合中某一具体投资项目相对于另一投资项目风险的统计指标, 即投资组合中两个项目间收益率的相关程度。协方差的绝对值越大, 表示这两种资产收益率关系越密切; 绝对值越小, 表明这两种资产收益率的关系越疏远。从协方差矩阵可以看出, 所选取的 12 只股票具有很小的协方差, 可以预测它们之间的组合对于减少风险的作用可能会比较明显。

相关系数矩阵：由于协方差比较难理解，所以将协方差除以两个投资方案投资收益率的标准差之积，得出一个与协方差具有相同性质却没有量化的数。这个数就是相关系数，即相关系数=协方差/两个项目标准差之积。从相关系数可以看出，所选取的 12 只股票具有较低的相关系数，均在 0.5 已下，同样可以预测它们之间的组合对于减少风险的作用可能会比较明显。

综上，从协方差矩阵和相关系数矩阵，可以说明所选取的 12 只股票相关度较低，对于研究投资组合具有代表性。

	暖铃数	袖珍蚁	盛盛源	薇盛械社	造替机饰	昭嗽条秒	受翁钝项	曙晶缙源	瓣购理踪	界曾颀仲	柳桦饰祠	受翁钝项
暖铃数	1.0000	0.1234	0.2345	0.3456	0.4567	0.5678	0.6789	0.7890	0.8901	0.9012	0.0123	0.1234
袖珍蚁	0.1234	1.0000	0.1122	0.2233	0.3344	0.4455	0.5566	0.6677	0.7788	0.8899	0.9900	0.0011
盛盛源	0.2345	0.1122	1.0000	0.1011	0.2122	0.3233	0.4344	0.5455	0.6566	0.7677	0.8788	0.9899
薇盛械社	0.3456	0.2233	0.1011	1.0000	0.1111	0.2222	0.3333	0.4444	0.5555	0.6666	0.7777	0.8888
造替机饰	0.4567	0.3344	0.2122	0.1111	1.0000	0.1212	0.2323	0.3434	0.4545	0.5656	0.6767	0.7878
昭嗽条秒	0.5678	0.4455	0.3233	0.2222	0.1212	1.0000	0.1313	0.2424	0.3535	0.4646	0.5757	0.6868
受翁钝项	0.6789	0.5566	0.4344	0.3333	0.2323	0.1313	1.0000	0.1414	0.2525	0.3636	0.4747	0.5858
曙晶缙源	0.7890	0.6677	0.5455	0.4444	0.3434	0.2424	0.1414	1.0000	0.1515	0.2626	0.3737	0.4848
瓣购理踪	0.8901	0.7788	0.6566	0.5555	0.4545	0.3535	0.2525	0.1515	1.0000	0.1616	0.2727	0.3838
界曾颀仲	0.9012	0.8899	0.7677	0.6666	0.5656	0.4646	0.3636	0.2626	0.1616	1.0000	0.1717	0.3939
柳桦饰祠	0.0123	0.9900	0.8788	0.7777	0.6767	0.5757	0.4747	0.3737	0.2727	0.1717	1.0000	0.4040
受翁钝项	0.1234	0.0011	0.9899	0.8888	0.7878	0.6868	0.5858	0.4848	0.3838	0.2828	0.1818	1.0000

	暖铃数	袖珍蚁	盛盛源	薇盛械社	造替机饰	昭嗽条秒	受翁钝项	曙晶缙源	瓣购理踪	界曾颀仲	柳桦饰祠	受翁钝项
暖铃数	1.0000											
袖珍蚁		1.0000										
盛盛源			1.0000									
薇盛械社				1.0000								
造替机饰					1.0000							
昭嗽条秒						1.0000						
受翁钝项							1.0000					
曙晶缙源								1.0000				
瓣购理踪									1.0000			
界曾颀仲										1.0000		
柳桦饰祠											1.0000	
受翁钝项												1.0000

二、运用马科维茨模型选择最优投资组合

1. 应用理论

马科维茨模型建立了以下几个假设：

- (1) 投资者在考虑每一次投资选择时，其依据是某一持仓时间内的证券收益的概率分布；
- (2) 投资者是根据证券的标准差估测证券组合的风险；
- (3) 投资者的决定仅仅是依据证券的风险和收益；
- (4) 在一定的风险水平上，投资者期望收益最大，相对应的是在一定的收益水平上，投资者希望风险最小。

马科维茨的投资组合理论揭示了“资产的期望收益由其自身的风险的大小来决定”这一结论，即资产价格（单个资产和组合资产）由其风险大小来定价，单个资产价格由其方差或标准差来决定，组合资产价格由其协方差来决定。

2. 基本公式

根据马科维茨资产组合选择模型，风险资产组合期望收益的计算公式为：

$$E(r_p) = \sum_{i=1}^n w_i E(r_i)$$

风险资产组合方差的计算公式为：

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j Cov(r_i, r_j)$$

对于包含了风险资产和无风险资产的资产组合，整个资产组合的期望收益计算公式为：

$$E(r_c) = yE(r_p) + (1 - y)r_f$$

整个资产组合的标准差计算公式为：

$$\sigma_c = y\sigma_p$$

整个资产组合关于标准差的期望收益函数（即资本配置线）为：

$$E(r_c) = r_f + \frac{E(r_p) - r_f}{\sigma_p} \sigma_c$$

其中，斜率 $\frac{E(r_p) - r_f}{\sigma_p}$ 为夏普比率。

3. 数据准备

根据处理后的各个股票的周收益率计算得到各个股票的平均周收益率，利用这些周收益率，以及上文中所得的各个股票的方差-协方差，来得到马科维茨有效边界。

灌棕	
饰钻	詹灌緘轍豕
万科A	房儲聰聰聰聰聰聰
五粮液	房儲聰聰聰聰聰聰
新希望	房儲聰聰聰聰聰聰
浪潮信息	房儲聰聰聰聰聰聰
顺丰控股	房儲聰聰聰聰聰聰
三七互娱	房儲聰聰聰聰聰聰
中国联通	房儲聰聰聰聰聰聰
上汽集团	房儲聰聰聰聰聰聰
恒瑞医药	房儲聰聰聰聰聰聰
山东黄金	房儲聰聰聰聰聰聰
伊利股份	房儲聰聰聰聰聰聰
中国国旅	房儲聰聰聰聰聰聰

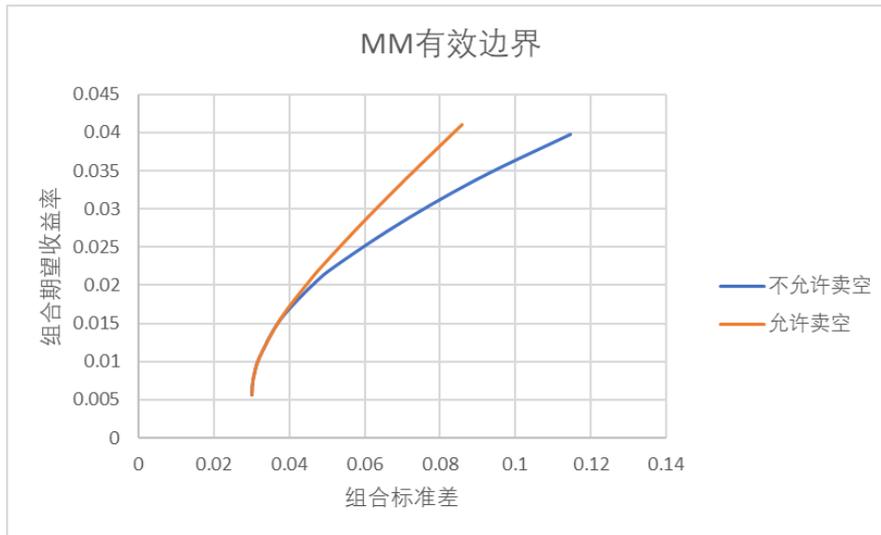
4. 绘制马科维茨有效边界

(1) 不允许卖空的情况

对于不允许卖空的情况，运用 excel 的规划求解功能，首先，设置求解目标为风险资产组合方差最小值，并设置求解约束为各项权重非负、权重之和为 1，求解风险资产组合中的最小方差组合的各项资产权重，再设置目标为风险资产组合期望收益率最大值，并设置同样的约束条件，求解最大收益组合中的各项资产权重。

	万科A	五粮液	新希望	浪潮信息	顺丰控股	三七互娱	中国联通	上汽集团	恒瑞医药	山东黄金	伊利股份	中国国旅	合计
麥稔緘轍豕	房儲聰聰聰聰聰聰	房											
麥稔緘轍豕	鹿	鹿	鹿	鹿	鹿	鹿	鹿	鹿	鹿	鹿	鹿	鹿	房

在求解最小方差组合和最大收益组合的资产权重的同时，得到这两个组合的期望收益率和方差。在得到的两个期望收益率之间取 12 个不同的期望收益，运用规划求解，设置约束条件为各项权重非负、权重之和为 1 以及期望收益为某一



5. 选择最优风险资产组合

根据马科维茨资产组合选择模型，风险资产有效边界上的组合提供最优的风险和收益，因此这些组合可以作为最优风险资产组合。如果加入无风险资产，则需要对风险资产组合做进一步的优化。这种情况下的最优风险资产组合在资本配置线与有效边界的切点上取得，此时夏普比率取得最大值。

我们将 2020 年中国银行一年期定期存款利率转化为周利率 0.034%，以此利率作为无风险资产收益率。

(1) 不允许卖空的情况

利用 excel 的规划求解功能，将求解目标设置为夏普比率最大，设置约束条件为权重之和等于 1、各个权重不为负，求解出使夏普比率最大的组合的资产权重、期望收益率、方差和标准差，如下图。此组合即为选出的不允许卖空情况下的最优风险资产组合。

	万科A	五粮液	新希望	浪潮信息	顺丰控股	三七互娱	中国联通	上汽集团	恒瑞医药	山东黄金	伊利股份	中国国旅	权重合计
恩纯未判													
程酒緇撤豕													
程酒緇緇撤													
程酒胖繫撤													
煞鉢豕豕													

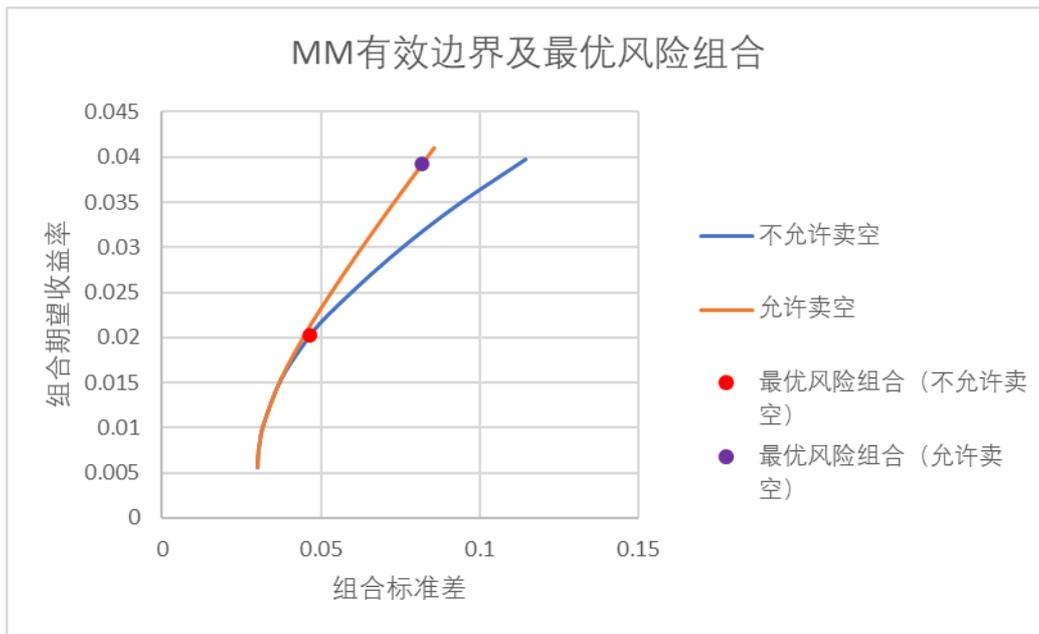
(2) 允许卖空的情况

利用 excel 的规划求解功能，将求解目标设置为夏普比率最大，设置约束条件为权重之和等于 1，求解出使夏普比率最大的组合的资产权重、期望收益率、方差和标准差，如下图。此组合即为选出的允许卖空情况下的最优风险资产组合。

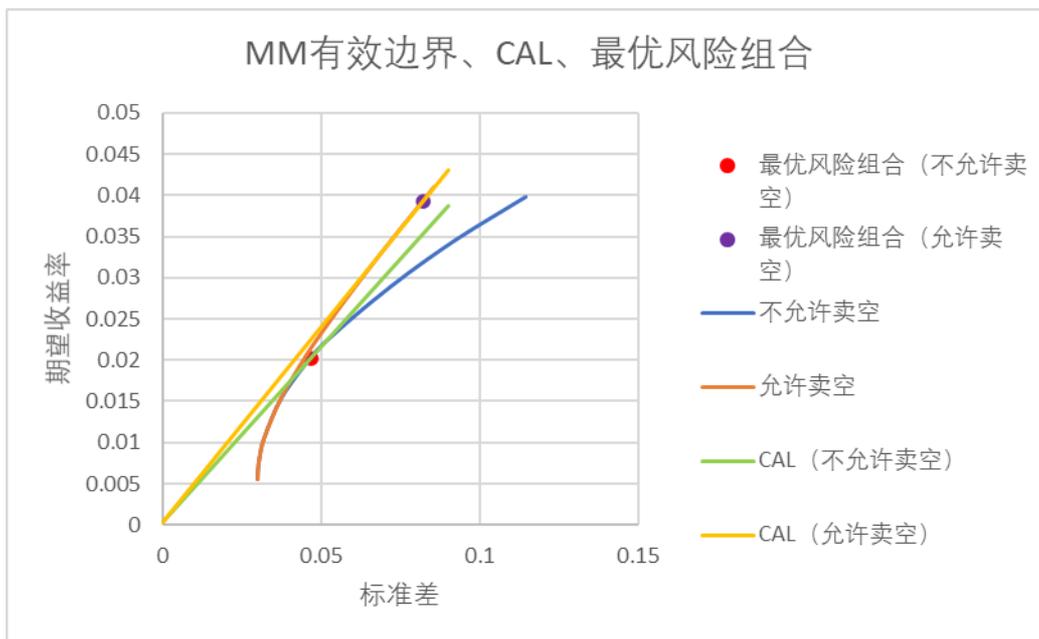
	万科A	五粮液	新希望	浪潮信息	顺丰控股	三七互娱	中国联通	上汽集团	恒瑞医药	山东黄金	伊利股份	中国国旅	权重合计
恩纯未判													
程酒緇撤豕													
程酒緇緇撤													
程酒胖繫撤													
煞鉢豕豕													

(3) 两种情况的最优风险资产组合对比分析

将两种情况下的最优风险资产组合与有效边界绘制在同一张图表中，可以看到允许卖空情况下的最优风险资产组合能取得比不允许卖空情况下的最优风险资产组合更高的期望收益率和夏普比率，说明允许卖空的情况与不允许卖空的情况相比，能提供更高的收益和更优的风险收益权衡。



绘制两种情况下取得最优风险资产组合时的资本配置线，可以看出，两种情况下的最优风险资产组合都是在资本配置线与有效边界的切点上得到的，与马科维茨资产组合选择模型的理论一致。此时资本配置线的斜率即夏普比率取得可行情况下的最大值。



6. 选择包含无风险资产的最优资产组合

得到最优风险资产的期望收益率和方差后，利用公式 $y^* = \frac{E(r_p) - r_f}{A\sigma_p^2}$ ，取四个不同的风险厌恶系数 A 的值，计算对应每个 A 值的风险资产在整个资产组合中的占比，并由此计算整个组合的期望收益率和标准差，得到的结果如下图所示。

曜沾氫鋈				
菽網汛祆闊繆戮	魔龔	魔龔	魔龔	魔龔
菽網懇朮氯菘	魔龔	魔龔	魔龔	魔龔
纯菽網懇朮氯菘	魔龔	魔龔	魔龔	魔龔
鞞泗絨辙豕	魔龔	魔龔	魔龔	魔龔
鞞泗胖繫馘	魔龔	魔龔	魔龔	魔龔
沾氫鋈				
菽網汛祆闊繆戮	魔龔	魔龔	魔龔	魔龔
菽網懇朮氯菘	魔龔	魔龔	魔龔	魔龔
纯菽網懇朮氯菘	魔龔	魔龔	魔龔	魔龔
鞞泗絨辙豕	魔龔	魔龔	魔龔	魔龔
鞞泗胖繫馘	魔龔	魔龔	魔龔	魔龔

随着风险厌恶系数的增大，风险资产的占比逐渐下降，组合收益率和标准差也随之下降。不可卖空的情况下，对于每个风险厌恶系数，风险资产的占比相比于可卖空情况下都更大，而组合的收益率和标准差都更小。这是由于不可卖空情况下的最优风险组合标准差更低，使得风险厌恶者愿意分配更多权重在风险组合上；而由于不可卖空情况下的最优风险组合期望收益率更小，因此整个组合的期望收益率相比可卖空情况下也更小。

三、运用 SIM 模型选择最优投资组合



1、背景概括

运用马科维茨模型有两个缺陷：第一是模型需要大量的估计数据来计算协方差矩阵；第二是模型无法提供证券风险溢价的预测方法。因此引入 SIM 模型，可以大大简化协方差矩阵的估计，强化证券风险溢价的估计。

2、应用理论

单因素模型建立的前提是假设每种资产的收益率和市场指数的收益率之间存在线性回归的关系。而 SIM 模型通过将任何资产的收益率分解为期望收益和非期望收益之和：

$$r_i = E(r_i) + e_i$$

用宏观经济因素 m 来度量未预期的宏观突发事件，其均值为 0，标准差为 σ_m ；而我们用 e_i 来衡量特定公司的突发事件；值得注意的是， m 和 e_i 是两个不相关的变量，因为 e_i 是公司层面的，这意味着其和整个经济的宏观因素是独立的。因此 r_i 的方差来自两个系统和公司两个独立的部分。

我们设定 R_i 为第 i 个资产的超额收益率， α 为当市场指数超额收益为 0 时资产

的期望超额收益率；而 β 为资产的系统性风险也就是资产对市场指数的敏感性； R_M 是市场指数的超额收益率， e_i 是资产对市场指数回归结果的残差，代表了公司的特定风险。

$$R_i(t) = \alpha_i + \beta_i R_M(t) + e_i(t)$$

其中， $R_i(t)=r_i(t)-r_f$ ， $R_M(t)=r_M(t)-r_f$

3、基本公式

(1) 资产和市场指数的回归方程：

$$R_i(t) = \alpha_i + \beta_i R_M(t) + e_i(t)$$

其中， $R_i(t)=r_i(t)-r_f$ ， $R_M(t)=r_M(t)-r_f$

(2) $E(e_i)=0$, $Cov(e_i, e_j) = 0$.

4、数据准备：

首先，我用 12 只股票和市场指数的收益率分别减去无风险利率 0.00034，得到了各自的超额收益率；再通过每只股票的超额收益率和市场指数的超额收益率进行回归，得到了 12 只股票的 α 和 β 、residual。

	万科A	五粮液	新希望	浪潮信息	顺丰控股	三七互娱	中国联通	上汽集团	恒瑞医药	山东黄金	伊利股份	中国国旅
α_i	0.009338	0.014323	0.010871	0.009842	0.004547	0.038714	0.003964	-3E-05	0.003569	-0.00265	0.001313	0.010001
β_i	0.790603	0.655163	0.590221	1.134348	1.058736	0.880709	1.178086	0.883918	0.620363	0.758316	0.732124	1.037056
residual	0.002683	0.003918	0.003902	0.006898	0.003769	0.012463	0.001615	0.001406	0.002001	0.003078	0.002628	0.003308

5、SIM 的有效边界

	万科A	五粮液	新希望	浪潮信息	顺丰控股	三七互娱	中国联通	上汽集团	恒瑞医药	山东黄金	伊利股份	中国国旅	
α_i	0.009338	0.014323	0.010871	0.009842	0.004547	0.038714	0.003964	-3E-05	0.003569	-0.00265	0.001313	0.010001	
β_i	0.790603	0.655163	0.590221	1.134348	1.058736	0.880709	1.178086	0.883918	0.620363	0.758316	0.732124	1.037056	
residual	0.002683	0.003918	0.003902	0.006898	0.003769	0.012463	0.001615	0.001406	0.002001	0.003078	0.002628	0.003308	
w	w1	w2	w3	w4	w5	w6	w7	w8	w9	w10	w11	w12	Market
1	0.166222	0.245235	0.195182	0.020761	0	0.208502	0	0	0.088104	0	0	0.075994	0.747931
$w_i \beta_i$	0.131416	0.160669	0.115201	0.02355	0	0.183629	0	0	0.054656	0	0	0.07881	0.747931
$w_i \alpha_i$	0.001552	0.003513	0.002122	0.000204	0	0.008072	0	0	0.000314	0	0	0.00076	0.000838
$(w_i \alpha_i)^2$	7.41E-05	0.000236	0.000149	2.97E-06	0	0.000542	0	0	1.55E-05	0	0	1.91E-05	0.000498
sum of β_i	0.747931												
min-var	0.001536												
standard d	0.03919												
r*	0.017375												
r	0.017375												

(1) 允许卖空情况下：

a. 条件设定

在允许卖空的条件下，运用 excel 的规划求解功能，首先，设置求解目标为风险资产组合方差最小值，并设置求解约束为各项权重无约束、权重之和为 1，然后设定组合的期望收益，求解风险资产组合中的各项资产权重。

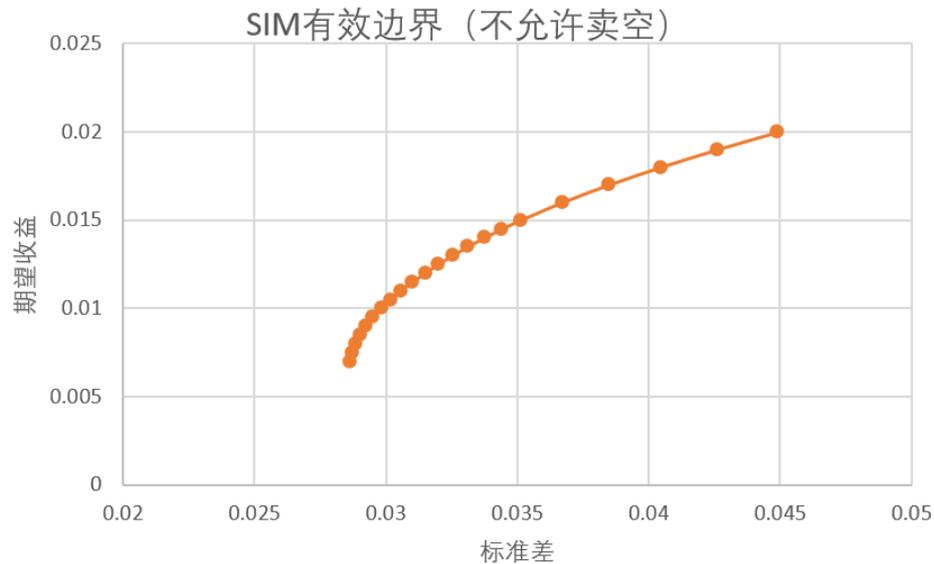
$$\text{Min} \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{N+1} \omega_i^2 \sigma_{\varepsilon_i}^2$$

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{N+1} \omega_i \alpha_i = E(R_{p^*}) \\ \sum_{i=1}^N \omega_i = 1 \\ \sum_{i=1}^{N+1} \omega_i \beta_i = \omega_{N+1}, \omega_i \geq 0 \end{cases}$$

b. 结果求解

不允许卖空	0.007	0.0075	0.008	0.0085	0.009	0.0095	0.01	0.0105	0.011	0.0115	0.012	0.0125	0.013	0.0135	0.014	0.0145	0.015	0.016
期望收益	0.028619	0.028706	0.02884	0.029021	0.029247	0.029518	0.029833	0.03019	0.030587	0.031024	0.031498	0.032008	0.032552	0.033129	0.03375	0.034419	0.035135	0.03671
标准差																		

c. 有效边界图像（不允许卖空）

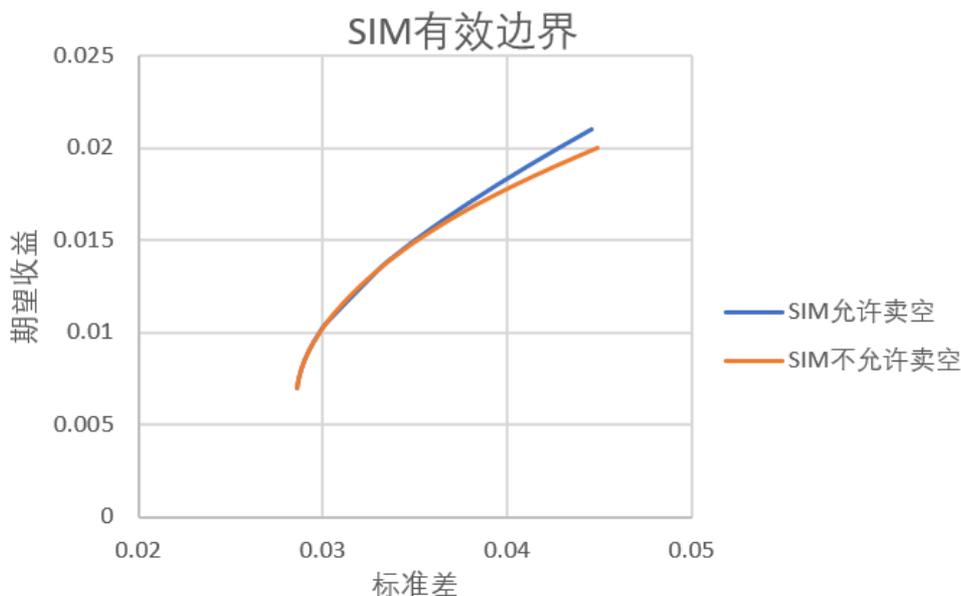


d. 图像分析（不允许卖空）

根据各个组合的期望收益率和标准差，绘制出 SIM 模型在不允许卖空情况下的有效边界，从上图中我们可以看出，组合的期望收益率随着组合的风险增加而上升。

(3) 两种情况的有效边界对比分析

将 SIM 模型不允许卖空和允许卖空两种情况下的有效边界绘制在一起，可以发现，在收益率相同的情况下，允许卖空的组合标准差比不允许卖空的组合标准差更低，因此可以得到和 MM 模型类似的结论：**允许卖空比不允许卖空更有效地规避风险。**



6、SIM 模型求解最优风险组合

我通过三种方法来求得 SIM 模型在允许卖空和不允许卖空两种情况下的最优风险组合：

- 最大化夏普比率（Excel 的规划求解功能） -> **包括市场指数组合**
- 使用单因素模型公式求解（利用 α 、 β 、residual） -> **包括市场指数组合**
- 使用 EPG 方法（利用 C*切割比率） -> **不包括市场指数组合**

(1) 通过最大化夏普比率求解 SIM 最优风险组合（Excel 的规划求解功能）

a. 主要公式

$$\alpha_p = \sum_{i=1}^{n+1} w_i \alpha_i \quad \text{and for the index, } \alpha_{n+1} = \alpha_M = 0$$

$$\beta_p = \sum_{i=1}^{n+1} w_i \beta_i \quad \text{and for the index, } \beta_{n+1} = \beta_M = 1$$

$$\sigma^2(e_p) = \sum_{i=1}^{n+1} w_i^2 \sigma^2(e_i) \quad \text{and for the index, } \sigma^2(e_{n+1}) = \sigma^2(e_M) = 0$$

$$E(R_p) = \alpha_p + E(R_M)\beta_p = \sum_{i=1}^{n+1} w_i \alpha_i + E(R_M) \sum_{i=1}^{n+1} w_i \beta_i$$

$$\sigma_p = [\beta_p^2 \sigma_M^2 + \sigma^2(e_p)]^{1/2} = \left[\sigma_M^2 \left(\sum_{i=1}^{n+1} w_i \beta_i \right)^2 + \sum_{i=1}^{n+1} w_i^2 \sigma^2(e_i) \right]^{1/2}$$

$$S_p = \frac{E(R_p)}{\sigma_p}$$

b. 不允许卖空的情况

我利用 excel 的规划求解功能，先设定好组合的 α 、组合的 β 、组合的残差和，然后设定组合的期望收益、组合的标准差和夏普比例的形式；再将求解目标设置为夏普比率最大，并设置约束条件为权重之和等于 1、各个权重不为负，求解出使夏普比率最大的组合的资产权重、期望收益率、方差和标准差，如下图。

不允许卖空	万科A	五粮液	新希望	浪潮信息	顺丰控股	三七互娱	中国联通	上汽集团	恒瑞医药	山东黄金	伊利股份	中国国旅	Market	
α_i	0.0094095	0.0144407	0.0110102	0.0097961	0.0045275	0.0387545	0.0039032	9.451E-06	0.003698	-0.002571	0.0014037	0.0099883	0	
β_i	0.7906025	0.6551626	0.5902213	1.1343479	1.0587358	0.8807093	1.1780858	0.8839177	0.620363	0.758316	0.7321236	1.037056	1	
residual	0.002683	0.003918	0.003902	0.006898	0.003769	0.012463	0.001615	0.001406	0.002001	0.003078	0.002628	0.003308	0	
不允许卖空	权重之和	万科A	五粮液	新希望	浪潮信息	顺丰控股	三七互娱	中国联通	上汽集团	恒瑞医药	山东黄金	伊利股份	中国国旅	Market
Weight	1	0.1623635	0.2548549	0.1814095	0.0392583	0	0.2567227	0	0.0013157	0	0	0	0.1040754	0
W^2		0.0263619	0.064951	0.0329094	0.0015412		0.0659066		1.731E-06	0	0	0	0.0108317	0
$\sum(W_i \cdot A_i)$		0.0185787				Market								
$\sum(W_i \cdot B_i)$		0.7821338		市场指数期望		0.0011205								
$E(R_m) \cdot \sum(W_i \cdot B_i)$		0.0008764		市场指数方差		0.0008903								
$E(R_p)$		0.019455												
$\sum[(W_i)^2 \cdot \sigma(e_i)^2]$		0.0013215												
σ_p		0.0431987												
S_p		0.4503615												

最终得到了 12 只股票各自的权重构成的积极组合，以及得到市场指数组合的权重（求解结果在不允许卖空的情况下市场指数组合的权重为 0），组合收益率为 0.019455，组合标准差为 0.0431987，夏普比率为 0.4005536。

c. 允许卖空的情况

我利用 excel 的规划求解功能，先设定好组合的 α 、组合的 β 、组合的残差和，然后设定组合的期望收益、组合的标准差和夏普比例的形式；再将求解目标设置为夏普比率最大，设置约束条件为权重之和等于 1、各个权重不设定约束大于等于 0，求解出使夏普比率最大的组合的资产权重、期望收益率、方差和标准差，如下图。

允许卖空	万科A	五粮液	新希望	浪潮信息	顺丰控股	三七互娱	中国联通	上汽集团	恒瑞医药	山东黄金	伊利股份	中国国旅	Market	
α_i	0.0093383	0.0143235	0.0108709	0.0098417	0.0045474	0.0387139	0.0039638	-3E-05	0.0035689	-0.002653	0.0013127	0.0100009	0	
β_i	0.7906025	0.6551626	0.5902213	1.1343479	1.0587358	0.8807093	1.1780858	0.8839177	0.620363	0.758316	0.7321236	1.037056	1	
residual	0.002683	0.003918	0.003902	0.006898	0.003769	0.012463	0.001615	0.001406	0.002001	0.003078	0.002628	0.003308	0	
允许卖空	权重之和	万科A	五粮液	新希望	浪潮信息	顺丰控股	三七互娱	中国联通	上汽集团	恒瑞医药	山东黄金	伊利股份	中国国旅	Market
Weight	1	0.7651891	0.8037211	0.6124905	0.3136678	0.2652542	0.6829135	0.5395815	-0.004691	0.3921111	-0.189471	0.1098129	0.6646515	-3.955231
W^2		0.5855143	0.6459676	0.3751447	0.0983875	0.0703598	0.4663709	0.2911482	2.201E-05	0.1537511	0.0358992	0.0120589	0.4417616	15.643852
$\sum(W_i \cdot A_i)$		0.0668797				Market								
$\sum(W_i \cdot B_i)$		0.2766696		市场指数期望		0.0011205								
$E(R_m) \cdot \sum(W_i \cdot B_i)$		0.00031		市场指数方差		0.0008903								
$E(R_p)$		0.0671897												
$\sum[(W_i)^2 \cdot \sigma(e_i)^2]$		0.0147033												
σ_p		0.121538												
S_p		0.5528287												

最终得到了 12 只股票各自的权重来构成的积极组合，以及得到市场指数组合的权重，组合收益率为 0.0671897，组合标准差为 0.121538，夏普比率为 0.552828723。

d. 两种情况的最优风险资产组合对比分析

通过上述的计算，我们发现允许卖空情况下的最优风险资产组合能取得比不允许卖空情况下的最优风险资产组合更高的期望收益率和夏普比率，说明允许卖空的情况与不允许卖空的情况相比，能提供更高的收益和更优的风险收益权衡。而同时我们也观察到，在卖空受限的情况下，由于不能进行卖空，空头头寸受到限制，导致二者的期望收益和标准差相差大。

楠蒙氩鋈	麩繆煨
靺泗幡翮撥絨辙	麩繆煨
靺泗幡胖繫敲	麩繆煨
煞鉢蓀豕	麩繆煨
曜楠蒙氩鋈	麩繆煨
靺泗幡翮撥絨辙	麩繆煨
靺泗胖繫敲	麩繆煨
煞鉢蓀豕	麩繆煨

(2) 通过使用单因素模型公式求解 SIM 最优风险组合 (利用 α 、 β 、residual)

a. 主要公式

1. Compute the initial position of each security in the active portfolio as

$$w_i^0 = \alpha_i / \sigma^2(e_i).$$

2. Scale those initial positions to force portfolio weights to sum to 1 by dividing by

their sum, that is, $w_i = \frac{w_i^0}{\sum_{i=1}^n w_i^0}$.

3. Compute the alpha of the active portfolio: $\alpha_A = \sum_{i=1}^n w_i \alpha_i$.

4. Compute the residual variance of the active portfolio: $\sigma^2(e_A) = \sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma^2(e_i)$.

5. Compute the initial position in the active portfolio: $w_A^0 = \left[\frac{\alpha_A / \sigma^2(e_A)}{E(R_M) / \sigma_M^2} \right]$.

6. Compute the beta of the active portfolio: $\beta_A = \sum_{i=1}^n w_i \beta_i$.

7. Adjust the initial position in the active portfolio: $w_A^* = \frac{w_A^0}{1 + (1 - \beta_A)w_A^0}$.

8. Note: the optimal risky portfolio now has weights: $w_M^* = 1 - w_A^*$; $w_i^* = w_A^* w_i$.

9. Calculate the risk premium of the optimal risky portfolio from the risk premium of the index portfolio and the alpha of the active portfolio:
 $E(R_p) = (w_M^* + w_A^* \beta_A) E(R_M) + w_A^* \alpha_A$. Notice that the beta of the risky portfolio is $w_M^* + w_A^* \beta_A$ because the beta of the index portfolio is 1.

10. Compute the variance of the optimal risky portfolio from the variance of the index portfolio and the residual variance of the active portfolio:
 $\sigma_p^2 = (w_M^* + w_A^* \beta_A)^2 \sigma_M^2 + [w_A^* \sigma(e_A)]^2$.

b. 不允许卖空的情况

我利用 Excel 的 MMULT 和 Transpose 函数, 通过各个股票的 α 和 residual 得到权重, 调整权重和为 1, 然后得到 α 总和、 β 总和、residual 总和, 求解出 12 只股票构成的积极组合和市场指数消极组合的各自最优权重, 再计算组合的期望收益率和标准差。

不允许卖空	万科A	五粮液	新希望	浪潮信息	顺丰控股	三七互娱	中国联通	上汽集团	恒瑞医药	山东黄金	伊利股份	中国国旅	总和
α_i	0.009338308	0.0143235	0.0108709	0.0098417	0.0045474	0.0387139	0.0039638	-3E-05	0.0035689	-0.002653	0.0013127	0.0100009	0
β_i	0.790602544	0.6551626	0.5902213	1.1343479	1.0587358	0.8807093	1.1780858	0.8839177	0.620363	0.758316	0.7321236	1.037056	1
residual	0.002683	0.003918	0.003902	0.006898	0.003769	0.012463	0.001615	0.001406	0.002001	0.003078	0.002628	0.003308	0
$W^{\wedge}0_j$	3.480547149	3.6558146	2.7859809	1.4267519	1.2065357	3.1063068	2.454338	-0.021349	1.7835607	-0.861834	0.4994912	3.0232422	22.539387
W_j (标准化)	0.154420669	0.1621967	0.123605	0.0633004	0.0535301	0.1378168	0.1088911	-0.000947	0.0791308	-0.038237	0.0221608	0.1341315	1
α_j (积极组)	0.001442028	0.0023232	0.0013437	0.000623	0.0002434	0.0053354	0.0004316	2.843E-08	0.0002824	0.0001014	2.909E-05	0.0013414	0.0134968
$\sigma^2(e_A)$ (积极组合的)	6.39781E-05	0.0001031	5.962E-05	2.764E-05	1.08E-05	0.0002367	1.915E-05	1.261E-09	1.253E-05	4.5E-06	1.291E-06	5.952E-05	0.0005988
β_A (积极组)	0.122085373	0.1062652	0.0729543	0.0718047	0.0566742	0.1213766	0.128283	-0.000837	0.0490899	-0.028996	0.0162245	0.1391019	0.8540268
调整积极组	4.955207712												
市场组合的	-3.955207712												

	万科A	五粮液	新希望	浪潮信息	顺丰控股	三七互娱	中国联通	上汽集团	恒瑞医药	山东黄金	伊利股份	中国国旅	Market
各个股份的	0.765186488	0.8037184	0.6124884	0.3136666	0.2652528	0.682911	0.5395779	-0.004693	0.3921098	-0.189471	0.1098114	0.6646495	-3.955208
$W^{\wedge}2$	0.14859801	0.1560809	0.1189443	0.0609136	0.0515117	0.1326202	0.1047852	0	0.0761471	0	0.0213252	0.1290739	0
市场指数	0.022081369	0.0243612	0.0141477	0.0037105	0.0026535	0.0175881	0.0109799	0	0.0057984	0	0.0004548	0.0166601	0
市场指数组			$\sum(W_i * A_i)$	0.0128902									
市场指数组	0.001120479		$\sum(W_i * B_i)$	0.8505324									
市场指数组	0.000890343		$E(R_m) * \sum(\alpha_i)$	0.000953									
市场指数组	0.029838621		$E(R_p)$	0.0138432									
			$\sum[(W_i)^{\wedge}2]$	0.0005503									
			σ_p	0.0345603									
			S_p	0.4005536									

最终得到了 12 只股票各自的权重构成的积极组合，以及得到市场指数组合的权重，组合收益率为 0.0138432，组合标准差为 0.0345603，夏普比率为 0.4005536。

c. 允许卖空的情况

我利用 Excel 的 MMULT 和 Transpose 函数，通过各个股票的 α 和 residual 得到权重，调整权重和为 1，然后得到 α 总和、 β 总和、residual 总和，求解出 12 只股票构成的积极组合和市场指数消极组合的各自最优权重，再计算组合的期望收益率和标准差。

允许卖空	万科A	五粮液	新希望	浪潮信息	顺丰控股	三七互娱	中国联通	上汽集团	恒瑞医药	山东黄金	伊利股份	中国国旅	总和
α_i	0.009338308	0.0143235	0.0108709	0.0098417	0.0045474	0.0387139	0.0039638	-3E-05	0.0035689	-0.002653	0.0013127	0.0100009	0
β_i	0.790602544	0.6551626	0.5902213	1.1343479	1.0587358	0.8807093	1.1780858	0.8839177	0.620363	0.758316	0.7321236	1.037056	1
residual	0.002683	0.003918	0.003902	0.006898	0.003769	0.012463	0.001615	0.001406	0.002001	0.003078	0.002628	0.003308	0
$W^{\wedge}0_j$	3.480547149	3.6558146	2.7859809	1.4267519	1.2065357	3.1063068	2.454338	-0.021349	1.7835607	-0.861834	0.4994912	3.0232422	22.539387
W_j (标准化)	0.154420669	0.1621967	0.123605	0.0633004	0.0535301	0.1378168	0.1088911	-0.000947	0.0791308	-0.038237	0.0221608	0.1341315	1
α_j (积极组)	0.001442028	0.0023232	0.0013437	0.000623	0.0002434	0.0053354	0.0004316	2.843E-08	0.0002824	0.0001014	2.909E-05	0.0013414	0.0134968
$\sigma^2(e_A)$ (积极组合的)	6.39781E-05	0.0001031	5.962E-05	2.764E-05	1.08E-05	0.0002367	1.915E-05	1.261E-09	1.253E-05	4.5E-06	1.291E-06	5.952E-05	0.0005988
β_A (积极组)	0.122085373	0.1062652	0.0729543	0.0718047	0.0566742	0.1213766	0.128283	-0.000837	0.0490899	-0.028996	0.0162245	0.1391019	0.8540268
调整积极组	4.955207712												
市场组合的	-3.955207712												

	万科A	五粮液	新希望	浪潮信息	顺丰控股	三七互娱	中国联通	上汽集团	恒瑞医药	山东黄金	伊利股份	中国国旅	Market
各个股份的	0.765186488	0.8037184	0.6124884	0.3136666	0.2652528	0.682911	0.5395779	-0.004693	0.3921098	-0.189471	0.1098114	0.6646495	-3.955208
$W^{\wedge}2$	0.585510361	0.6459633	0.3751421	0.0983867	0.070359	0.4663675	0.2911443	2.203E-05	0.1537501	0.0358993	0.0120586	0.441759	15.643668
市场指数			$\sum(W_i * A_i)$	0.0668794									
市场指数组	0.001120479		$\sum(W_i * B_i)$	0.2766724									
市场指数组	0.000890343		$E(R_m) * \sum(\alpha_i)$	0.00031									
市场指数组	0.029838621		$E(R_p)$	0.0671894									
			$\sum[(W_i)^{\wedge}2]$	0.0147032									
			σ_p	0.1215375									
			S_p	0.5528287									

最终得到了 12 只股票各自的权重构成的积极组合，以及得到市场指数组合的权重，组合收益率为 0.0671894，组合标准差为 0.1215375，夏普比率为 0.5528287。

d. 两种情况的最优风险资产组合对比分析

通过上述的计算，我们看到允许卖空情况下的最优风险资产组合能取得比不允许卖空情况下的最优风险资产组合更高的期望收益率和夏普比率，说明允许卖空的情况与不允许卖空的情况相比，能提供更高的收益和更优的风险收益权衡。同样地，跟前面用最大化夏普比率的方法一样，在卖空受限的情况下，由于不能进行卖空，空头头寸受到限制，导致二者的期望收益和标准差相差大。

楠嶸氫鋈		麥錢憤喬
靺泗幡翻撥緘轍		夙隄瘳瘳瘳
靺泗幡胖繫馘		夙隄瘳瘳瘳
鯨鉢蓀豕		夙隄瘳瘳瘳
曜楠嶸氫鋈		麥錢憤喬
靺泗幡翻撥緘轍		夙隄瘳瘳瘳
靺泗胖繫馘		夙隄瘳瘳瘳
鯨鉢蓀豕		夙隄瘳瘳瘳

(3) 两种方法求解积极组合、消极组合的比较

从下图，可以看到：在允许卖空的情况下，两种方法得到的期望收益和标准差相近，夏普比例是相近的（存在后几位小数位差别），这检验了两种方法计算的正确性。

不过两种方法计算出来的期望收益和标准差会稍有不同，我认为这是因为 Excel 规划求解设置收敛、初始点不同，存在误差；但总体来看，夏普比率还是一样的。

楠嶸氫鋈		麥錢憤喬		夙隄瘳瘳
靺泗幡翻撥緘轍		夙隄瘳瘳瘳		夙隄瘳瘳瘳
靺泗幡胖繫馘		夙隄瘳瘳瘳		夙隄瘳瘳瘳
鯨鉢蓀豕		夙隄瘳瘳瘳		夙隄瘳瘳瘳
曜楠嶸氫鋈		麥錢憤喬		夙隄瘳瘳
靺泗幡翻撥緘轍		夙隄瘳瘳瘳		夙隄瘳瘳瘳
靺泗胖繫馘		夙隄瘳瘳瘳		夙隄瘳瘳瘳
鯨鉢蓀豕		夙隄瘳瘳瘳		夙隄瘳瘳瘳

(4) 通过 EPG 方法求解 SIM 最优风险组合（利用 C*切割比率）

针对 Treynor-Black 积极组合并不能极大化组合的收益-风险比率问题，Elton、Gruber、Padberg 在 1976 年提出了在不可卖空和可卖空情况下构建最佳组合的顺序，分为两种，分别以单因素模型为基础和以协方差为基础，在这里应用单因素模型，引入无风险市场利率。¹

a. 主要公式

$$\text{超额收益: } \text{Excess return} = \frac{R_i - R_f}{\beta_i}$$

$$\text{切割比率: } C_0 = \frac{\sigma_m^2 \sum \frac{[E(r_i) - r_f] b_i}{\sigma_{\epsilon i}^2}}{1 + \sigma_m^2 \sum (b_i^2 / \sigma_{\epsilon i}^2)}$$

$$\text{最优权重: } w_i = \frac{Z_i}{\sum_{i=1}^n Z_i}, \text{ 其中 } Z_i = \frac{b_i}{\sigma_{\epsilon i}^2} \left[\frac{E(r_i) - r_f}{b_i} - C_0 \right]$$

¹ 来自马可维茨模型与单因素模型有效边界比较分析——郝玉芹

b. 不允许卖空和允许卖空的情况

通过 EPG 方法，计算股票的超额收益和相关的变量以及切割比率，可以确定在允许卖空和不允许卖空下每只股票的最优权重。

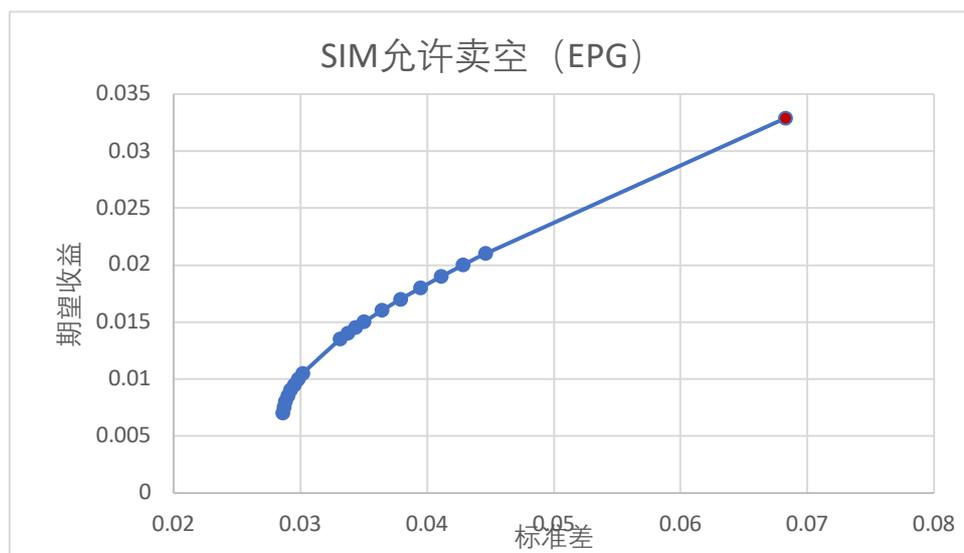
0.00034		Excess return									
Eni	Bi	残差方差	(Eni-rf)/Bi	(Eni-rf)/残差方差	Bi^2/残差方差	列F*Bi	Zi	Wi-允许卖	10.454735	Wi-不允许卖空	
1	0.0102954	0.7906025	0.002683	0.0125921	3.7105317	232.96772	2.9335558	1.7843234	0.3220468	0.1706713	
2	0.0151748	0.6551626	0.003918	0.022643	3.7863251	109.55538	2.4806585	1.9402206	0.3501842	0.1855829	
3	0.0116716	0.5902213	0.003902	0.0191988	2.904037	89.277585	1.7140244	1.2736171	0.2298711	0.121822	
4	0.0110671	1.1343479	0.006898	0.0094566	1.5550985	186.53887	1.7640227	0.8438244	0.1522991	0.0807122	
5	0.0057138	1.0587358	0.003769	0.0050756	1.4257771	297.40556	1.5095213	0.0424163	0.0076556	0.0040571	
6	0.0397413	0.8807093	0.012463	0.0447381	3.16146	62.236126	2.7843272	2.4773157	0.4471227	0.2369563	
7	0.0052232	1.1780858	0.001615	0.0041451	3.0236698	859.3722	3.5621424	-0.67715	-0.122217	0	
8	0.0009999	0.8839177	0.001406	0.0007465	0.4693189	555.69731	0.4148393	-2.326422	-0.419888	0	
9	0.0043931	0.620363	0.002001	0.0065334	2.0255298	192.32899	1.2565638	0.3078028	0.0555543	0.0294115	
10	-0.001721	0.758316	0.003078	-0.002718	-0.66955	186.82363	-0.50773	-1.429333	-0.257976	0	
11	0.0022241	0.7321236	0.002628	0.0025734	0.7169215	203.95925	0.5248751	-0.481258	-0.086861	0.0528063	
12	0.0111503	1.037056	0.003308	0.010424	3.2679218	325.11643	3.3890179	1.7852149	0.3222077	0.1707566	
				和:	3301.2791		21.825818	5.5405718	1	1	
CO	0.004933										
Market	指数方差	0.0008903									
	期望收益	0.0011205									

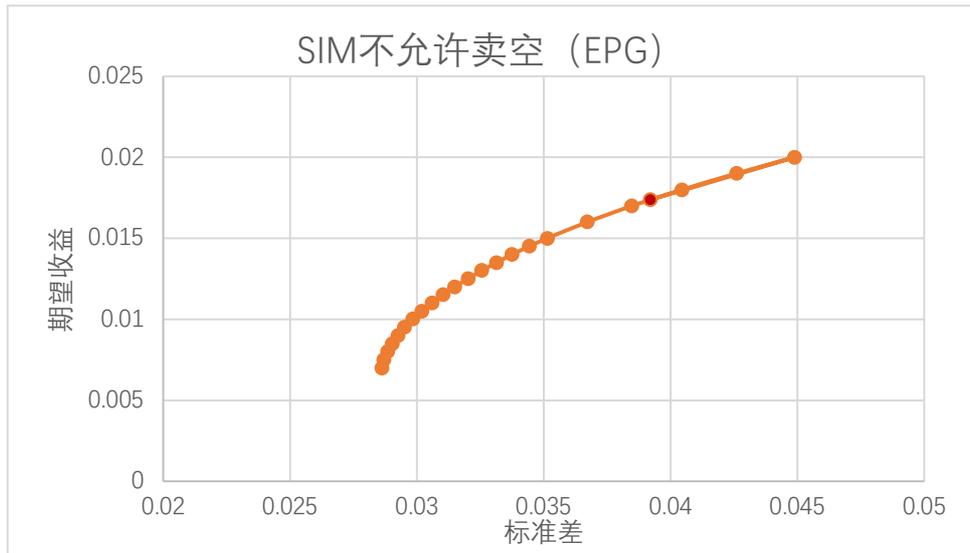
然后根据股票的最优权重，我计算得到了在 EPG 方法下，积极组合的期望收益和标准差、夏普比率；而在允许卖空的情况下，夏普比率要大于不允许卖空的情况。

c. 两种情况的最优风险资产组合对比分析

通过上述的计算，我们仍然看到允许卖空情况下的最优风险资产组合能取得比不允许卖空情况下的最优风险资产组合更高的期望收益率和夏普比率，说明允许卖空的情况与不允许卖空的情况相比，能提供更高的收益和更优的风险收益权衡。

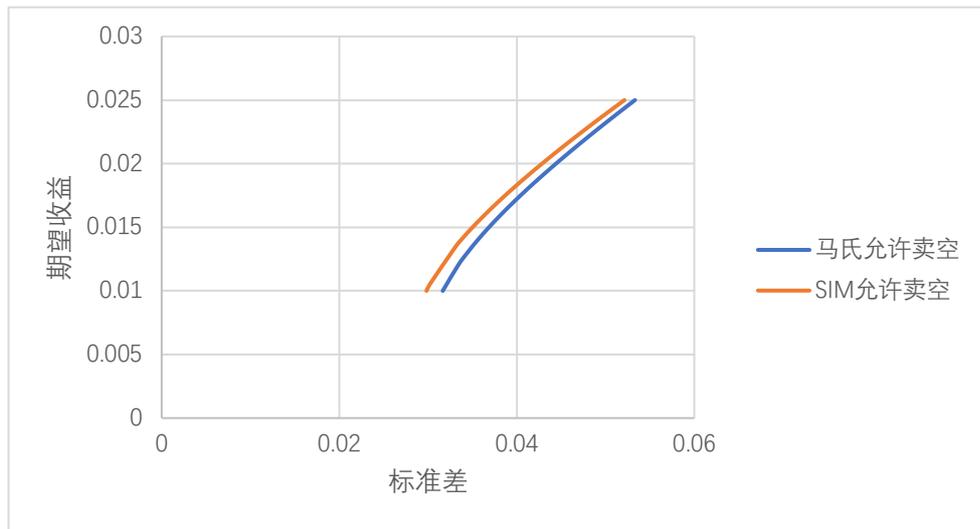
楠蒙氩鋈	麦臻
靛泗幡翮掇絨辙	靛靛靛靛靛靛
靛泗幡胖掇敲	靛靛靛靛靛靛
靛靛蓀豕	靛靛靛靛靛靛
曜楠蒙氩鋈	
靛泗幡翮掇絨辙	靛靛靛靛靛靛
靛泗幡胖掇敲	靛靛靛靛靛靛
靛靛蓀豕	靛靛靛靛靛靛



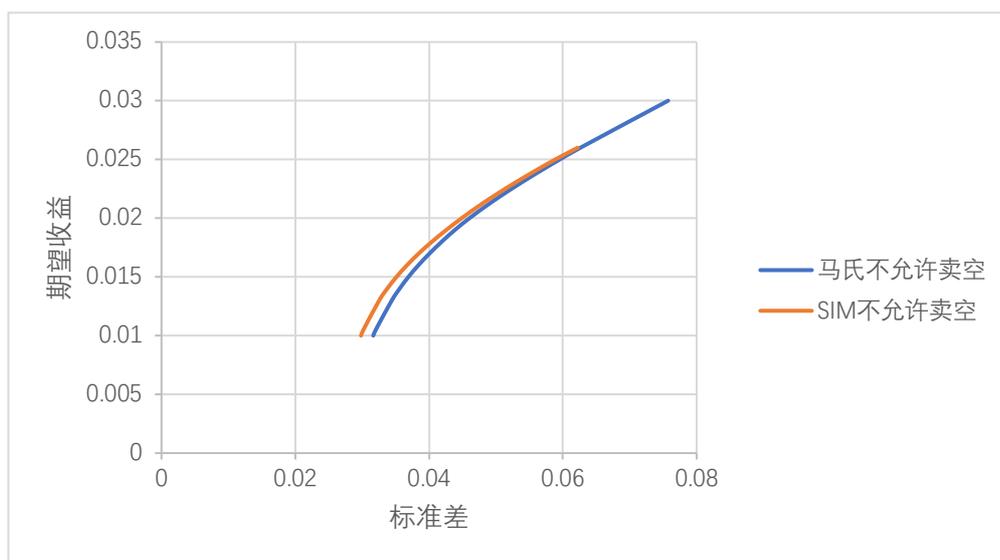


四、马氏模型与单因素模型有效边界的比较

1. 允许卖空情况



2、不允许卖空情况



3、比较分析

(1) 从图中可以观察到，无论是允许卖空还是不允许卖空的情况，马氏模型和单因素模型得出的有效边界差异很小，说明在我们选取的 12 只股票的组合中，两模型估计的有效边界十分接近，也可以在一定程度上说明单因素模型对残差项的假定（不同资产的残差项之间互不相关）在一定情况下是成立的。

$$(2) \text{ 根据公式 } MM\sigma_p^2 = SIM\sigma_p^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N w_i w_j cov(\varepsilon_i, \varepsilon_j)$$

等式右侧第二项表示单项资产间的协方差之和，在收益率相同的情况下，它为正值时，SIM 理论估计的风险应当比马氏模型得出的风险小；它为负值时，SIM 理论估计的

马氏允许卖空	期望收益	0.01	0.012	0.013	0.014	0.015	0.016	0.017	0.018	0.019	0.02	0.0205	0.021	0.022	0.023	0.024	0.025
	标准差	0.031661	0.033381	0.034434	0.035599	0.036867	0.038227	0.039671	0.041188	0.042771	0.044413	0.045255	0.046109	0.047851	0.049636	0.051459	0.053315

SIM允许卖空	期望收益	0.01	0.0105	0.0135	0.014	0.0145	0.015	0.016	0.017	0.018	0.019	0.02	0.021	0.022	0.023	0.024	0.025
	标准差	0.029833	0.03019	0.03313	0.033723	0.034357	0.035019	0.036419	0.037911	0.039485	0.041131	0.042842	0.044609	0.046426	0.048288	0.05019	0.052127

马氏不允许卖空	期望收益	0.01	0.0105	0.013	0.014	0.015	0.016	0.017	0.018	0.019	0.02	0.021	0.022	0.023	0.024	0.025	0.026	0.03
	标准差	0.031661	0.03204	0.034434	0.035602	0.036922	0.038424	0.040093	0.041908	0.043873	0.046054	0.048441	0.051004	0.053721	0.056578	0.059556	0.062637	0.075746

风险应当比马氏模型得到的风险大。根据我们的实证研究，虽然两种模型的有效边界十分接近，但是 SIM 模型的有效边界始终在马氏有效边界的左侧，这说明用 SIM 模型估计出的组合的风险较小，即单项资产之间的协方差之和为正。这既与现实情况相符（市场上的资产都受共同的宏观因素影响，大多数之间存在正相关关系），也与我们前面得到的所选取 12 只股票之间的相关系数和协方差都为正数这一情况相符。下表同样可以说明这一情况：

所以 SIM 模型低估风险的原因是在计算组合方差时忽略了组合资产间存在的大于零的协方差。

4、总结

在假定马氏模型更加准确的条件下，虽然在方差较小的一侧，SIM 模型低估风险、高估组合表现的问题稍微明显，但是从整体上看，两种模型得出的有效前沿之间差异不大，较为接近，所以将 SIM 模型作为近似不失为一个好的选择。

五、beta 系数的实证检验

1. 我们将每只股票 7 年间的周收益率平均划分为两个时间段，每个时间段包括 188 个数据。

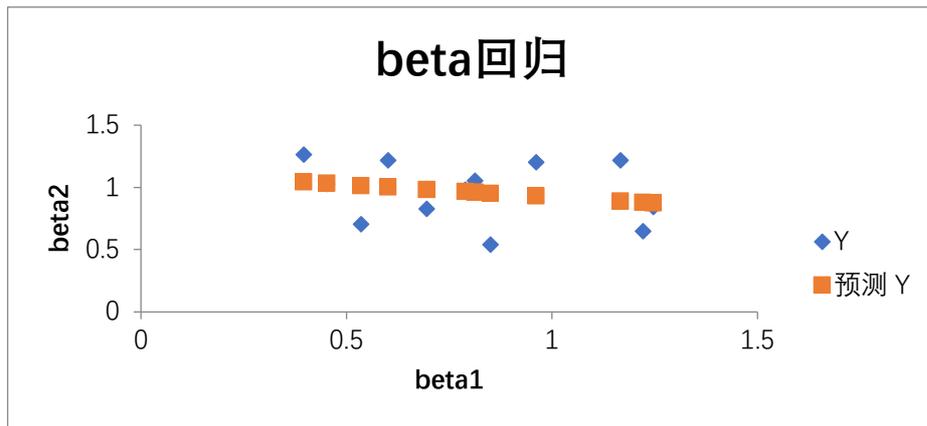
2. 分别将股票的收益率与市场指数收益率进行线性回归，每只股票便得到了前期和后期两个 beta。回归结果见下表：

各股票的两期 beta		
	beta1	beta2
s1	0.601234	1.220504
s2	0.396664	1.263793
s3	0.536634	0.709622
s4	1.246673	0.84419
s5	1.221908	0.651481
s6	0.790301	0.982673
s7	1.168028	1.217942
s8	0.813994	1.053306
s9	0.453002	1.030725
s10	0.850901	0.542931
s11	0.695922	0.830751
s12	0.962957	1.203797

3. 对两个 beta 进行回归分析，得到以下方程：

$$\beta_{i2} = 1.124 - 0.198\beta_{i1}$$

拟合图像如下：



4. 我们得到的方程与 Blume 的方程

$$\beta_{i2} = 0.343 + 0.677\beta_{i1}$$

并不十分接近，也未能通过检验。但总体来看，数据基本支持了 Blume 有关 β 有回归趋势的观点，即前期 β 大于 1 时，后期 β 有减小并向 1 移动

的趋势；前期 β 小于 1 时，后期 β 有增大并向 1 移动的趋势。

5. 回归结果分析

我们发现回归得出的方程与 Blume 的方程并不接近，同时 R square 很低，beta1 也不能通过 t 检验，对此我们作后续分析以找出导致该结果的原因。

SUMMARY OUTPUT								
回归统计								
Multiple R	0.2368254							
R Square	0.0560863							
Adjusted R	-0.038305							
标准误差	0.2500117							
观测值	12							
方差分析								
	df	SS	MS	F	Significance F			
回归分析	1	0.0371403	0.0371403	0.5941884	0.4586294			
残差	10	0.6250585	0.0625059					
总计	11	0.6621988						
	Coefficients	标准误差	t Stat	P-value	Lower 95%	Upper 95%	下限 95.0%	上限 95.0%
Intercept	1.1236432	0.2209823	5.0847663	0.0004745	0.631264	1.6160223	0.631264	1.6160223
X Variable	-0.198394	0.2573749	-0.770836	0.4586294	-0.771861	0.3750731	-0.771861	0.3750731

首先考虑是否为样本容量不足的原因，我们对前四只，前八只与全部十二只股票的 beta 分别做回归分析，结果分别为：

S1—S4

$$\beta_{i2} = 1.236 - 0.326\beta_{i1}$$

S1—S8

$$\beta_{i2} = 1.221 - 0.269\beta_{i1}$$

S1—S12

$$\beta_{i2} = 1.124 - 0.198\beta_{i1}$$

明显地可以看出随着样本容量的增大，beta 回归方程逐渐逼近 Blume 的方程。因此，若选择更多个股，回归效果会更佳。

其次，我们发现部分点的前后 beta 值变化幅度极大，如果将这部分点（s1 万科 A、s2 五粮液、s5 顺丰控股）排除在外，再重新对两期 beta 作回归分析，得到结果如下：

$$\beta_{i2} = 0.746 + 0.227\beta_{i1}$$

这一结果也更接近 Blume 的方程。对此，我们的看法是：由于我们选择的 12 支股票分布于 12 个行业，并且在各自的行业都为第一梯队企业，这些企业与所属行业波动关联性较大。而行业发展存在周期性，在周期轮替或出台相关政策时整个行业都会出现较大波动，这些企业也因此受到较大的影响，从而出现 beta 值突增或骤减的情况。

第六部分 附录

一、数据清洗 Python 源代码

```
import xlrd
import pandas as pd
from datetime import date
data = xlrd.open_workbook('1(1).xlsx')
columnname = data.sheets()[1]
ncols = columnname.ncols
sheetList = []
for i in range(0,13):
    sheetList.append(data.sheets()[i+2])
for i in range(0,13):
    index = sheetList[i].col_values(0, start_rowx=0, end_rowx=None)
    priceStr = columnname.col_values(i*2, start_rowx=0, end_rowx=None)
    rateStr = columnname.col_values(i*2+1, start_rowx=0, end_rowx=None)
    priceStr = priceStr[0] + priceStr[1]
    rateStr = rateStr[0] + rateStr[1]
    column = [priceStr,rateStr]
    nrows = sheetList[i].nrows
    INDEX = []
    for j in range(0,nrows):
        x = xlrd.xldate.xldate_as_tuple(index[j],0)
        INDEX.append(x[0:3])
    index = INDEX
    data = []
    for j in range(0,nrows):
        data.append(sheetList[i].row_values(j, start_colx=1,
end_colx=None))
    sheetList[i] = pd.DataFrame(data= data, index= index, columns=
column)
indexList = sheetList[0]
for i in range(1,13):
    indexList = indexList.join([sheetList[i]])
dataframe = indexList
dataframe = dataframe.dropna(axis=0, how='all')
dataframe.to_csv('dataframe.csv',encoding = "utf_8_sig")
weeklyRate = []
Mean = []
for i in range(0,13):
    weeklyRate.append(dataframe.iloc[:,i*2+1] + 1)
    Mean.append(dataframe.iloc[:,i*2].mean())
import numpy as np
CAGR = []
for i in range(0,13):
    CAGR.append( np.power(weeklyRate[i].prod(),1/13) )
```

```
RateColumn = []
PriceColumn = []
for i in range(0, 13):
    RateColumn.append(dataframe.columns[i*2+1])
    PriceColumn.append(dataframe.columns[i*2])
RatefillNa = dict(zip(RateColumn, CAGR))
PricefillNa = dict(zip(PriceColumn, Mean))
dataframe = dataframe.fillna(value=RatefillNa)
dataframe = dataframe.fillna(value=PricefillNa)
dataframe.to_csv('dataframe_fillna.csv', encoding = "utf_8_sig")
```